

1.



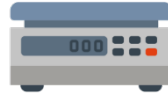
Dijital bir oda sıcaklık sensörü, ortamın sıcaklığını T °C olarak ölçüyor. Ancak sensördeki bir hatadan dolayı ölçülen sıcaklık değerinin, gerçek sıcaklık değerinden en fazla 3°C kadar saptığı biliniyor.

Buna göre sensörün sıcaklığı 25°C olarak ölçtüğü bir ortamda gerçek sıcaklık değerinin matematiksel olarak hangi aralıkta olabileceğini bulunuz.

2. Görselde farklı türde cisimlerin kütlelerini kilogram cinsinden tartabilmek için kullanılan üç çeşit tartı gösterilmiştir.



Endüstriyel Tartı



Dijital Hassas Tartı



Ev Tipi Tartı

Bu tartıların tartabildikleri kütlelerle ilgili olarak

- Dijital hassas tartının tartabildiği kütle değerlerinin gerçek sayılar kümesine ait olduğu, ölçebildiği minimum kütlenin a ve maksimum kütlenin b olduğu;
- Ev tipi tartının tartabildiği kütle değerlerinin rasyonel sayılar kümesine ait olduğu, ölçebildiği minimum kütlenin c ve maksimum kütlenin d olduğu;
- Endüstriyel tartının tartabildiği kütle değerlerinin tam sayılar kümesine ait olduğu, ölçebildiği minimum kütlenin e ve maksimum kütlenin f olduğu bilinmektedir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Kütleler arasındaki ilişkilerin $a \leq b$, $c \leq d$, $e \leq f$ şeklinde ifade edilmesinin sayı kümelerinin hangi özelliği ile ilgili olduğunu açıklayarak yazınız.

b) 1 kg ile 2 kg arasında kütleye sahip olan bir nesneyi ölçmek için hangi tartı ya da tartıları tercih edersiniz? Bu durumun sayı kümelerinin hangi özelliğiyle ilgili olduğunu ifade ederek açıklayınız.

3. Bir parkta ağaçları sulamak için kullanılan 920 litre kapasiteli dik silindir biçimindeki su deposu, sabit hızda su akıtan bir hortumla doldurulmaktadır. Deponun içinde başlangıçta bir miktar su bulunmaktadır. Hortum açılıp su akmaya başladıktan sonra depoda bulunan toplam su miktarı;

- 2. saatin sonunda 38 litre,
- 6. saatin sonunda ise 74 litre

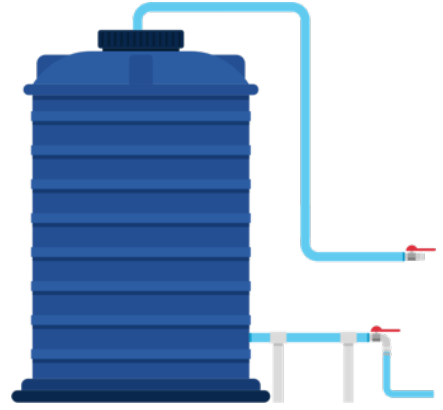
olmaktadır.

Bu bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

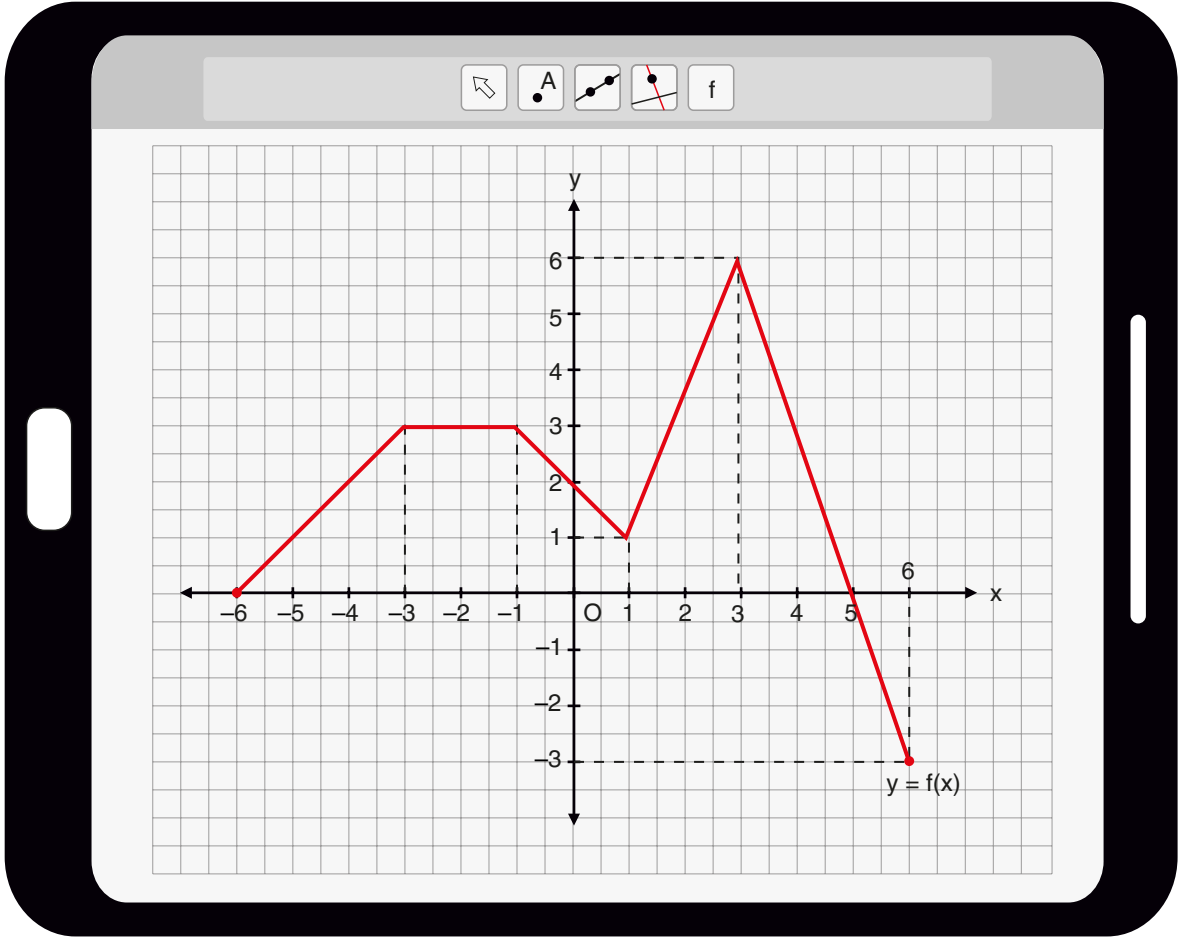
a) Depoda biriken su miktarının (litre) zamana (saat) bağlı olarak değişimini ifade eden doğrusal fonksiyonun cebirsel temsilini yazınız.

b) Deponun tamamının su ile dolması durumunda depoda biriken su miktarının zamana bağlı değişimini gösteren doğrusal fonksiyonun tanım ve görüntü kümelerini yazınız.

c) Tanımlı olduğu aralıkta zamana (saat) göre depoda değişen su miktarına (litre) ait doğrusal fonksiyonunun grafiğini dik koordinat sisteminde çizin.



4.

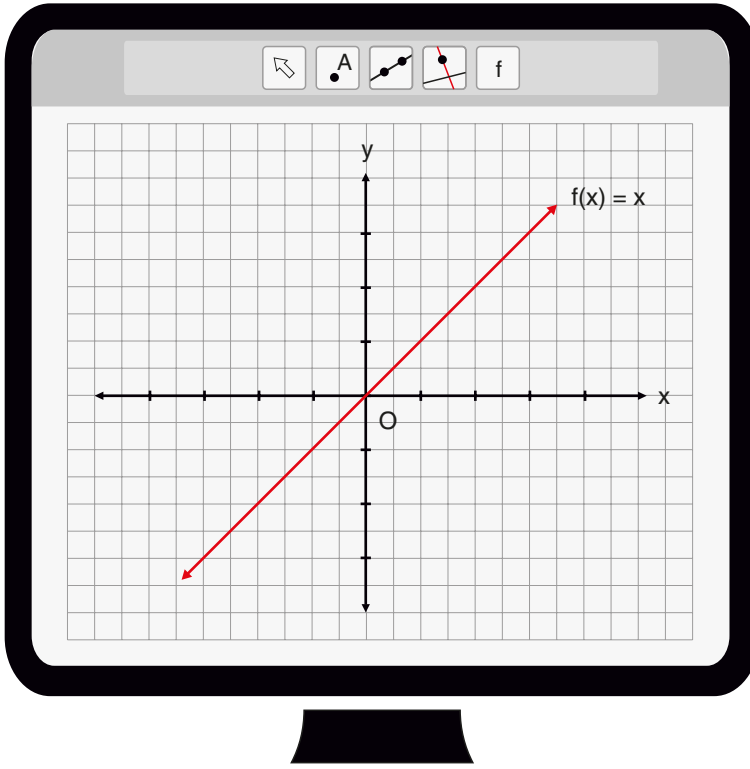


Okulda yapılacak matematik yazılısı için çalışan Cemre, tabletinden MEBİ uygulamasını açarak fonksiyonların nitel özellikleri ile ilgili soru çözmektedir. Cemre'nin uygulamadan açtığı $y = f(x)$ parçalı fonksiyonuna ait grafik yukarıdaki tablet ekranında görülmektedir.

Buna göre $y = f(x)$ fonksiyonu ile ilgili aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

a) $y = f(x)$ fonksiyonunun tanım ve görüntü kümelerini yazınız.	d) $y = f(x)$ fonksiyonunun sıfırlarını yazınız.
b) $y = f(x)$ fonksiyonunun negatif ve pozitif olduğu aralıkları yazınız.	e) $y = f(x)$ bire bir fonksiyon mudur? Açıklayınız.
c) $y = f(x)$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları yazınız.	f) $y = f(x)$ fonksiyonunun eğiminin <u>en çok</u> ve <u>en az</u> olduğu aralıkları yazınız.
ç) $y = f(x)$ fonksiyonunun $[3, 6]$ aralığındaki maksimum ve minimum noktalarını yazınız.	g) $y = f(x)$ fonksiyonunun sabit olduğu aralık var mı? Açıklayınız.

5.



Bilgisayar ekranında gördüğünüz $f(x) = x$ birimkareler üzerindeki dik koordinat düzleminde grafiği çizilen doğrusal bir referans fonksiyondur. Bu referans fonksiyondan türetilen $g(x)$ doğrusal fonksiyonu için aşağıdaki adımları izleyin:

- Önce ekrandaki $f(x) = x$ referans fonksiyonunu 2 katına çıkarın
- Sonra yatayda 4 birim sola, dikeyde ise 2 birim yukarı öteleyin.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

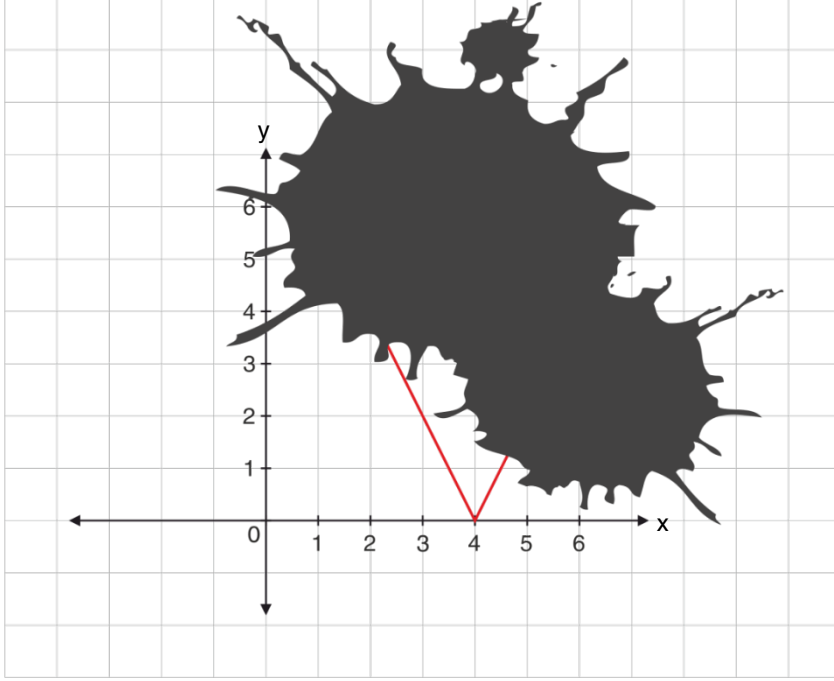
a) Belirtilen adımları takip ederek g fonksiyonun cebirsel temsilini oluşturunuz.

b) $f(x) = x$ referans fonksiyonu ve yeni fonksiyona ait cebirsel temsilden yararlanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Fonksiyon	Fonksiyonun Sıfırı	Fonksiyonun Grafiğinin y Eksenini Kestiği Noktanın Ordinatı	Fonksiyonu Temsil Eden Doğrunun Eğimi
f			
g			

c) g fonksiyonun grafiğini dik koordinat sisteminde çiziniz.

6. Ayşenaz, matematik ödevini yaparken $f(x) = lax + bl$ fonksiyonunun grafiğini çiziyor. Ancak grafiği çizdiği sayfanın bir kısmına mürekkep dökülüyor ve grafiğin bir bölümü şekildeki gibi görülüyor.



a pozitif bir gerçek sayısı olduğuna göre,

- a) $f(x) = lax + bl$ fonksiyonuna ait a ve b değerlerini bulup fonksiyonun cebirsel temsilini parçalı gösterim olarak işlem adımlarıyla ifade ediniz.
- b) $x = 5,6$ noktasında f fonksiyonun değeri kaçtır? İşlem adımlarıyla birlikte yazınız.

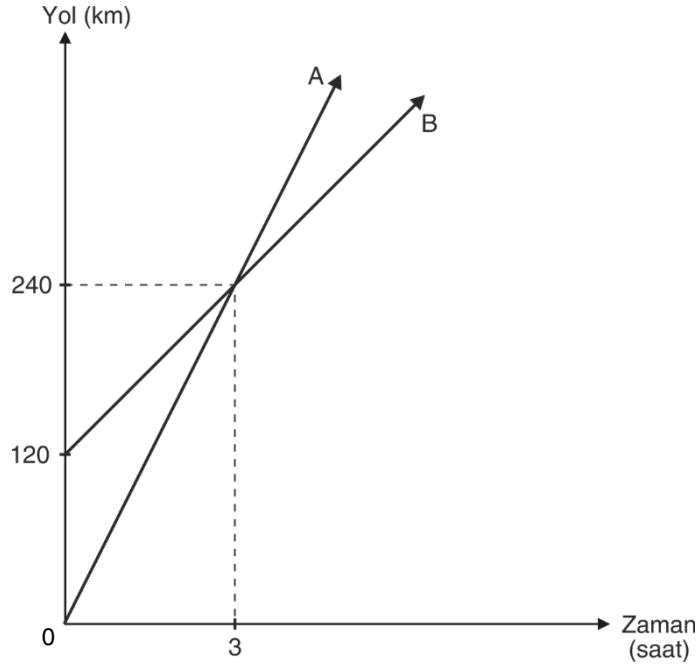
7. Bir tekstil atölyesi, ürettiği her bir ürün için belirli bir üretim maliyeti ve satış fiyatı hesaplamaktadır. Atölyenin üretim maliyeti ve ürün satış fiyatı aşağıdaki koşullara göre değişmektedir:

- Her bir ürünün üretim maliyeti 200 TL'dir.
- Atölyenin üretimin devam ettiği süre boyunca 12 000 TL sabit gideri bulunmaktadır.
- Atölye; ürettiği her ürünü, üretim maliyet fiyatı üzerinden %30 kâr payı ile satmaktadır.

Bu bilgilere göre

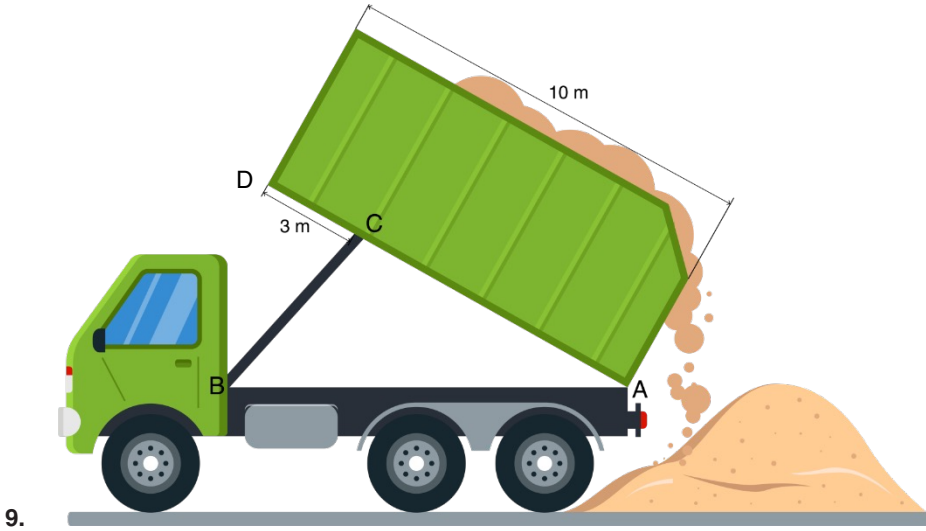
- a) Üretilen x adet ürün için modellenen toplam maliyet ve satış fonksiyonunu bulunuz.
- b) Atölyenin kâr edebilmesi için en az kaç ürün satması gerektiğini hesaplayınız.

8. A ve B araçları doğrusal bir yol üzerinde aynı anda, aynı yöne doğru hareket etmektedir. A aracı, B aracının 120 km gerisinde olup 3 saat sonra B aracına yetişmiştir. Bu iki aracın aralarında bulunan mesafenin zamana bağlı değişimi aşağıdaki grafikte gösterilmiştir.



Buna göre

- Araçlar arasındaki mesafe araçlar hareket ettikten kaç saat sonra 160 km olur?
- A aracıyla aynı noktadan harekete başlayarak A ve B araçlarıyla aynı anda ve aynı yöne doğru hareket eden C aracı 320 km yol aldığı anda A ve B araçları arasında bir yerde bulunduğuna göre C aracının hareket süresi saat cinsinden hangi zaman aralığında yer alır?



Resimde uzunluğu 10 metre olan kasasındaki yükü boşaltan bir kamyon gösterilmiştir. Kamyonun hidrolik sistemine ait [BC] çubuğunun kısalabilir ve uzayabilir özelliği vardır. Kamyonun kasası yer düzlemine paralel durumdayken sürücü kabiniyle kasa arasında boşluk bulunmamaktadır.

$m(\widehat{CBA}) > m(\widehat{BAC})$ ve $ICDI = 3$ metre olduğuna göre çubuğun şekil üzerinde gösterilen kısmının uzunluğunun metre cinsinden alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır? (Hidrolik sistem çubuğunun kalınlığı önemsizdir.)

SORU NO	ÖĞRENME ÇIKTISI	BECERİLER
1	MAT.9.1.2. Gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerinden yararlanabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma) MAB3. Matematiksel Temsil (MAB3.1. Matematiksel Temsillerden Yararlanma)
2	MAT.9.1.3. Farklı sayı kümelerinin özellikleri hakkında muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma) MAB3. Matematiksel Temsil (MAB3.1. Matematiksel Temsillerden Yararlanma)
3	MAT.9.2.1. Gerçek sayılarda $f(x) = x$ şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$ ($a, r, k \in \mathbb{R}$) doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.3 Çıkarım Yapma) MAB2. Matematiksel Problem Çözme
4	MAT.9.2.1. Gerçek sayılarda $f(x) = x$ şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$ ($a, r, k \in \mathbb{R}$) doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme
5	MAT.9.2.3. Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren problem çözebilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme
6	MAT.9.2.1. Gerçek sayılarda $f(x) = x$ şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$ ($a, r, k \in \mathbb{R}$) doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme MAB2. Matematiksel Problem Çözme
7	MAT.9.2.2. Gerçek sayılarda $f(x) = \pm lax \pm bl \pm c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonlarının nitel özelliklerini incelemek için doğrusal fonksiyonlara bağlı analogik akıl yürütebilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme
8	MAT.9.2.3. Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren problem çözebilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme MAB2. Matematiksel Problem Çözme
9	MAT.9.4.1. Üçgende açı ve kenarla ilgili özellikleri, üçgenin açı ve kenarları arasındaki ilişkileri doğrulayabilme veya ispatlayabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma)

PUANLAMA TABLOSU													
1	2		3			4							
	2.a.	2.b.	3.a.	3.b.	3.c.	4.a.	4.b.	4.c.	4.ç.	4.d.	4.e.	4.f.	4.g.
10	5	5	4	4	4	2	2	2	2	2	2	2	2
5		6			7		8		9			TOPLAM	
5.a.	5.b.	6.a.	6.b.	6.c.	7.a.	7.b.	8.a.	8.b..					
5	5	3	6	3	7	3	5	5	10			100	

ÇÖZÜMLER

1. Gerçek sıcaklık değerini G ile gösterelim.

$$|G - 25| \leq 3$$

$$-3 \leq G - 25 \leq 3 \text{ (4 puan)}$$

$$-3 + 25 \leq G \leq 3 + 25 \text{ (2 puan)}$$

$$22 \leq G \leq 28 \text{ (2 puan)}$$

$$[22, 28] \text{ (2 puan)}$$

2. a) Bu ifade, sıralama özelliği ile ilgilidir. Sayı kümelerinde elemanlar arasında büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe sıralama yapılabilir. Burada her tartının belirli bir minimum ve maksimum kütle sınırı olduğu belirtiliyor. Bu sınırların sıralanabilir olması, sayı kümelerinin sıralama (düzenleme) özelliğine dayanmaktadır. Örneğin:

Gerçek sayılar ($\mathbb{R}$) sıralanabilir (küçükten büyüğe ya da büyükten küçüğe düzenlenebilir).

Rasyonel sayılar ($\mathbb{Q}$) da sıralanabilir.

Tam sayılar ($\mathbb{Z}$) da sıralanabilir. Burada belirtilen kütle aralıkları da sıralama özelliği ile ilgilidir. (5 puan)

b) Kütlesi 1 kg ile 2 kg arasındaki bir nesneyi ölçmek için dijital hassas tartı ya da ev tipi tartıyı kullanabiliriz. Bu durum sayı kümelerinin arada olma özelliği ile ilgilidir. Dijital hassas tartı gerçek sayılar kümesine ait bir aralıktaki sayıları ölçebiliyor. Gerçek sayıların arada olma özelliği bulunmaktadır ve dolayısıyla bu tartı 1 kg ile 2 kg arasındaki bir kütleyi ölçebilir. Benzer şekilde ev tipi hassas tartı da rasyonel sayılardan oluşan ağırlıkları ölçebiliyor çünkü rasyonel sayıların da arada olma özelliği vardır. Fakat endüstriyel tartı tam sayıları ölçebiliyor ve tam sayıların arada olma özelliği yoktur. (5 puan)

3. a) $f(2) = 38$ ve $f(6) = 74$

$$\frac{f(6) - f(2)}{6 - 2} = \frac{74 - 38}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

$$f(x) = 20 + 9x \text{ (4 puan)}$$

- b) Depoda 20 L su var o halde $f(0) = 20$ 'dir.

$$f(x) = 20 + 9 \cdot x$$

Deponun hacmi 920 L

$$20 + 9 \cdot x = 920$$

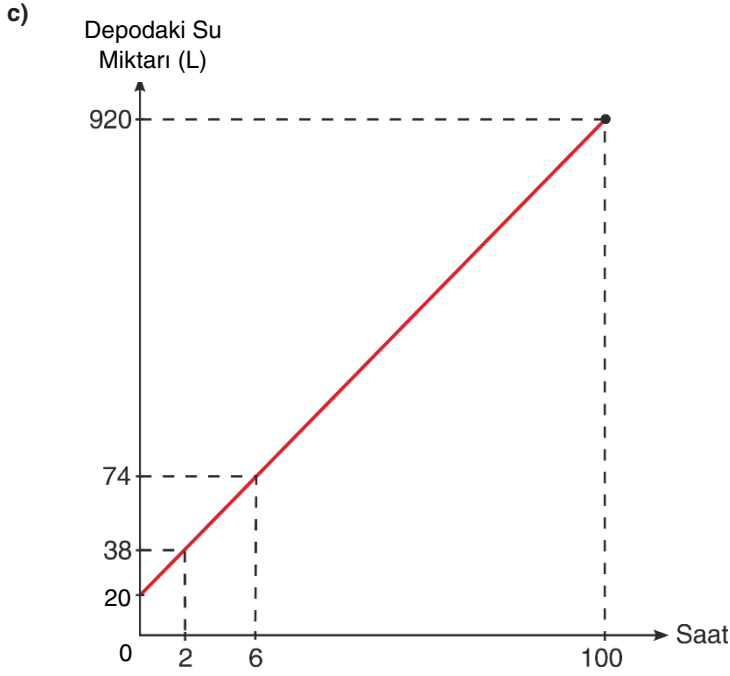
$$9 \cdot x = 920 - 20$$

$$9 \cdot x = 900$$

$$x = 100 \text{ olur.}$$

Tanım Kümesi : $[0, 100]$

Görüntü Kümesi: $[20, 920]$ (4 puan)



(4 puan)

4. a) Tanım Kümesi: $[-6, 6]$ Görüntü Kümesi: $[-3, 6]$ (2 puan)b) Negatif Aralık: $(5, 6]$ Pozitif Aralık: $(-6, 5)$ (2 puan)c) Artan Aralık: $[-6, -3] \cup [1, 3]$ Azalan Aralık: $[-1, 1] \cup [3, 6]$ (2 puan)ç) $(3, 6)$ maksimum nokta, $(6, -3)$ minimum nokta (2 puan)d) $f(x) = 0$ olan $f(-6) = 0$ ve $f(5) = 0$ (2 puan)e) Bire bir değildir. Örneğin $f(x) = 1$ ya da $f(x) = 3$ eşitliğini sağlayan birden fazla eleman vardır. (2 puan)f) Fonksiyon Eğiminin En Fazla Olduğu Aralık: $[1, 3]$ Fonksiyon Eğiminin En Az Olduğu Aralık: $[3, 6]$ (2 puan)

g) Fonksiyonun Sabit Olduğu Aralık: $[-3, -1]$

Fonksiyonunun $[-3, -1]$ aralığındaki görüntüsü tek bir değer ile eşleşmektedir. Bu yüzden sabit fonksiyondur. Bu aralıkta eğimi sıfırdır. (2 puan)

5. a) $f(x) = x$

$2f(x)$ 2 katına çıkar

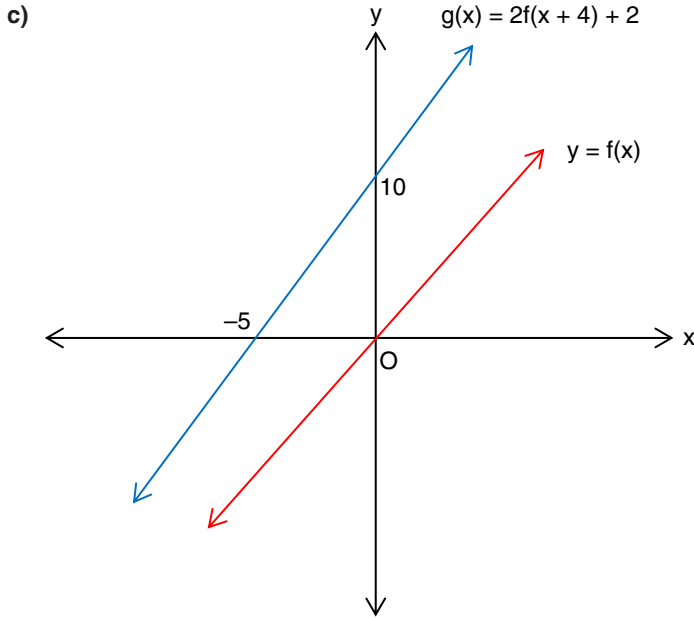
$2f(x + 4)$ 4 birim sola ötele $g(x) = 2f(x + 4) + 2$... 2 birim yukarı çıkar.

Yeni fonksiyon $g(x)$ olsun. Bu durumda, $g(x) = 2f(x + 4) + 2$ şeklinde olur. (3 puan)

b)

Fonksiyon	Fonksiyonun Sıfırı	Fonksiyonun Grafiğinin y Eksenini Kestiği Noktanın Ordinatı	Fonksiyonu Temsil Eden Doğrunun Eğimi
f	0	0	1
g	-5	10	2

(6 puan)



(3 puan)

6. a) $f(4) = 0$

$$f(3) = 2$$

$$|a \cdot 4 + b| = 0$$

$$b + 4a = 0 \text{ ise } b = -4a \text{ (1 puan)}$$

$$|3a + b| = 2$$

$$|3a - 4a| = 2$$

$$|-a| = 2$$

$$a \text{ bir pozitif tam sayı } a = 2 \text{ olur. (1 puan)}$$

$$\text{Bu durumda, } b = (-4) \cdot 2 = -8 \text{ ve } f(x) = |2x - 8| \text{ (1 puan)}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 8, & x > 4 \\ -2x + 8, & x \leq 4 \end{cases} \text{ (4 puan)}$$

b) $f(x) = |2x - 8|$

$$f(5,6) = |2 \cdot (5,6) - 8| \text{ (1 puan)}$$

$$= |11,2 - 8| \text{ (1 puan)}$$

$$= |3,2| = 3,2 \text{ (1 puan)}$$

7. a) $f(x) = 12\,000 + 200x$ toplam maliyet fonksiyonu

$$g(x) = 200 \cdot \frac{130}{100} \cdot x = 260x \text{ toplam satış fonksiyonu (5 puan)}$$

b) $g(x) > f(x)$

$$260x > 12\,000 + 200x$$

$$60x > 12\,000$$

$$x > 200$$

$$\text{en az 201 adet ürün satılmalıdır. (5 puan)}$$

8. a) A aracının yol-zaman fonksiyonu $f(x) = 80x$

$$B \text{ aracının yol-zaman fonksiyonu } g(x) = 120 + 40x$$

$$|f(x) - g(x)| = 160$$

$$|80x - 120 - 40x| = 160$$

$$|40x - 120| = 160$$

$$40x - 120 = -160 \text{ ya da } 40x - 120 = 160$$

$$40x - 120 = -160 \text{ olamaz.}$$

$$40x - 120 = 160 \text{ ise } x = 7 \text{ saat olur. (5 puan)}$$

b) A aracı için $y = 80x$ olup buradan $x = \frac{y}{80}$ 'dir.

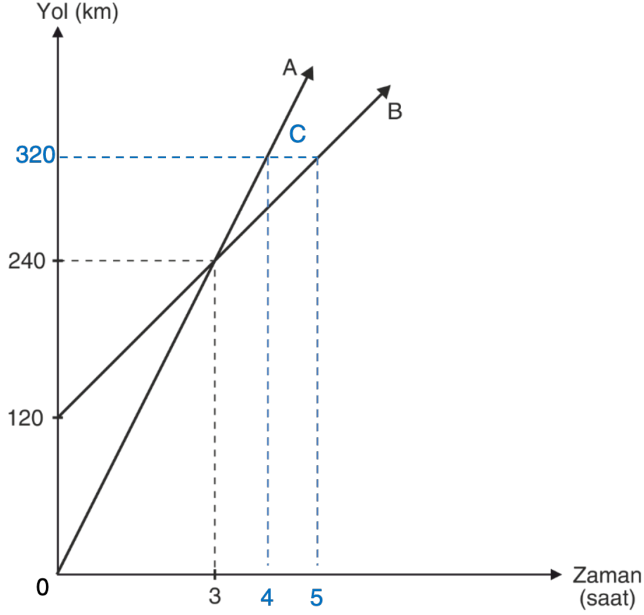
B aracı için $y = 120 + 40x$ olup buradan $x = \frac{y - 120}{40}$ 'dir.

C aracı 320 km ilerleyerek A ve B araçları arasında olduğundan

$$\frac{320}{80} < t < \frac{320 - 120}{40}$$

$4 < t < 5$ olur.

O halde C aracının hareket süresi (4, 5) saat aralığındadır. (5 puan)



9. Hidrolik sitem çubuğunun uzunluğu a metre olsun. Üçgen eşitsizliğine göre

$$10 - 7 < a < 10 + 7$$

$3 < a < 17$ olur. (3 puan)

$m(\widehat{CBA}) > m(\widehat{BAC})$ olduğundan

$a < 7$ olur. (3 puan)

Bu durumda

$3 < a < 7$ olur. (2 puan)

a'nın alacağı tam sayı değerleri toplamı

$4 + 5 + 6 = 15$ m olur. (2 puan)